Hokhma 45/1990, pp. 47-61

VÉRITÉ MATHÉMATIQUE ET VÉRITÉ THÉOLOGIQUE

Par Herbert H. Knecht
Docteur en mathématiques, Lausanne

Les mathématiques ont, traditionnellement, sinon le monopole, du moins la prérogative du discours vrai. Dès la constitution des mathématiques comme discipline abstraite, dans l'Antiquité grecque, elles ont servi de paradigme épistémologique à toute vérité, à tel point que l'histoire des sciences exactes peut, dans une large mesure, être conçue comme l'histoire de la mathématisation de la connaissance.

Mais à quoi les mathématiques doivent-elles donc ce caractère particulier et si enviable d'absoluité ? On peut distinguer deux raisons, qui ne sont d'ailleurs pas totalement indépendantes l'une de l'autre. Tout d'abord, les objets dont s'occupent les mathématiques possèdent un statut d'idéalité que n'ont pas, ou du moins pas dans le même sens, les objets des autres sciences. Certes, les premiers êtres mathématiques, nombres entiers et figures géométriques simples, ont-ils été abstraits de l'expérience vécue, sont-ils la représentation mentale de certaines données concrètes, de même qu'à l'inverse les sciences de la nature ne parlent que médiatement de la réalité, à travers l'élaboration psychique des sensations, le symbolisme du langage, la mise en forme théorique des faits empiriques. Il n'en demeure pas moins que le haut niveau d'abstraction auquel prétendent, tout à fait consciemment, les êtres mathématiques leur confère une valeur de scientificité en les dépouillant de toute contingence matérielle, en leur assurant leur place dans le domaine de l'intellection pure, compris, à partie de Platon[1], comme le lieu même du vrai. Il n'est dès lors guère étonnant que l'on ait eu très tôt recours au paradigme mathématique pour importer la même exactitude dans d'autres disciplines. Cette mathématisation prend d'ailleurs deux formes, selon que les mathématiques sont considérées, dans ce contexte, comme un modèle ou un outil. Dans le premier cas, le processus d'abstraction qui a donné naissance à la mathématique est étendu à d'autres domaines de la réalité. Toute

---

[1] Voir plus particulièrement le livre VII de la *République*.

régularité dans les phénomènes observés, toute permanence dans le comportement de la nature a son origine dans ce que nous pourrions appeler une mathématique transcendante et trouve donc son répondant en termes mathématiques, dans la mesure où ceux-ci constituent justement la conceptualisation de l'ordre même. Ainsi, dans la longue tradition pythagoricienne et kabbalistique, les nombres ne jouent-ils pas seulement le rôle d'agents explicatifs, en fournissant au philosophe et au savant le moyen d'appréhender le réel, mais ils constituent l'essence même des choses. De même chez Platon[2], et plus tard dans les premiers travaux de Képler[3], les polyèdres réguliers constituent-ils, en leur emboîtement, l'être profond de l'univers planétaire, créé selon les lois d'une géométrie immanente. Leibniz encore verra dans son arithmétique binaire une image de la création *ex nihilo*, « 1 » représentant Dieu et « 0 » le néant[4], et il résumera, en une formule célèbre, tout ce courant de réflexion : « Lorsque Dieu calcule et exerce sa pensée, le monde se crée.[5] »

La mathématisation de la science ne prend pas seulement cette voie spéculative : elle fournit au chercheur l'instrument conceptuel propre à décrire le réel non plus uniquement en termes qualitatifs, tels que les représentent de manière exemplaire les catégories aristotéliciennes[6], mais selon l'ordre quantitatif. C'est en ce sens que Galilée affirme que la nature est écrite en langage mathématique[7], l'adéquation entre le monde et la connaissance que nous en pouvons avoir n'étant plus le signe d'une identité objective, mais une coïncidence formelle conçue dans un esprit nominaliste[8], qui n'exclut d'ailleurs pas une conviction chrétienne.

Si les mathématiques détiennent le privilège de la vérité, elles ne le doivent pas seulement à la nature de leur objet, mais autant sinon

---

[2] Dans son *Timée*.

[3] Johannes Kepler (1571-1630), *Mysterium cosmographicum*, Tübingen, 1596. On pourra consulter à ce sujet l'excellent ouvrage de Gérar Simon, *Kepler astronome astrologue*, Paris, 1979.

[4] Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716), *Zwei Briefe über das binäre Zahlensystem...*, éd. R. Loosen & F. Vonessen, Stuttgart, 1968.

[5] Cette remarque figure en marge d'un manuscrit intitulé *Dialogus* et daté d'août 1677 (*Die philosophischen Schriften*, éd. C.I. Gerhardt, Berlin, 1890, t. VII, p. 191).

[6] Voir par exemple Jean Brun, *Aristote et le lycée*, Paris, 1961, pp. 31-34.

[7] Galileo Galilei (1564-1642), *Il Saggiatore*, Rome, 1623.

[8] Le nominalisme n'accorde qu'une existence purement verbale aux termes universels. Il s'oppose ainsi au éalisme des idées soutenu par Platon.

plus à la perfection de leur méthode. L'approche démonstrative des mathématiciens grecs, en particulier la démarche axiomatico-déductive telle que l'illustrent les *Eléments* d'Euclide[9], constituent la condition d'un savoir absolu. Rappelons pour mémoire que, dans cette perspective, l'univers mathématique est conçu comme un tissu propositionnel logiquement ordonné, formé de théorèmes déduits successivement d'un ensemble d'axiomes admis en vertu de leur évidence. La garantie de la certitude n'est plus alors fournie par le caractère particulier des être manipulés, mais par la grâce de la méthode formelle à laquelle ils sont soumis. Cette indépendance de la vérité mathématique par rapport à ses objets a pour corollaire la possibilité, du moins théorique, d'étendre la méthode mathématique à des domaines qui en avaient été précédemment exclus. L'exposition *more geometrico*[10] devient, au XVII^e siècle, le paradigme idéal de toute réflexion cohérente, non seulement dans des disciplines quantifiables, mais plus encore en philosophie, en droit, en théologie, dans la mesure où elle permet seule d'assurer le statut d'un discours transparent, absolu, incontestable. *L'Ethique* de Spinoza[11], pour ne prendre que cet exemple, se présente ainsi comme un enchaînement de théorèmes et de démonstrations. Toute la recherche logique de Leibniz manifeste de même une volonté de mathématisation de toute pensée rationnelle, la rationalité se ramenant, en dernière analyse, à la mathématicité même[12].

Mais, si la vérité mathématique possédait cet absoluité de droit divin que savants et philosophes lui ont trop souvent reconnue, l'évolution des mathématiques se réduirait à celle d'un développement linéaire, d'un accroissement progressif et continu du savoir. Paradoxalement, cependant, l'histoire des mathématiques est, en grande partie, une histoire de la vérité mathématique. Les progrès décisifs ont très rarement été le fait de la simple découverte d'un nouveau théorème, prenant sa place naturelle et prédestinée dans le réseau démonstratif. Au contraire, comme les autres sciences, les

---

[9] Le mathématicien grec Euclide (306-283 av. J.C.) a codifié dans ses *Eléments* l'ensemble des connaissances mathématiques de son temps. Pour une introduction à cette méthode, on pourra consulter par exemple Robert Blanché, *L'axiomatique*, Paris, 1955.

[10] A la manière des géomètres sur le modèle de la géométrie.

[11] *L'Ethique démontrée par la méthode géométrique* (1677), rédigée en latin, est l'ouvrage le plus important du philosophe Baruch de Spinoza (1632-1677).

[12] On verra sur tous ces sujets Herbert H. Knecht, *La logique chez Leibniz. Essai sur la rationalisme baroque*, Lausanne, 1981.

mathématiques ont été marquées par nombre de *coupures épistémologiques*[13] et de *révolutions scientifiques*[14], pour reprendre des termes consacrés. La première de ces crises remonte, comme on le sait, à l'Antiquité, lorsque les pythagoriciens découvrirent l'existence scandaleuse des grandeurs irrationnelles[15]. Les objets mathématiques n'ont jamais cessé, depuis lors, de manifester une certaine indépendance par rapport à l'esprit qui pourtant les pense, de se montrer quelque peu réfractaires à une conceptualisation immédiate. Ainsi l'histoire de l'arithmétique n'est-elle, assez curieusement, qu'un long travail d'unification théorique. Il faut attendre les mathématicens arabes, en particulier les travaux d'Omar al-Khayyâm (1048-1131), pour que les fractions perdent leur caractère de rapports pour devenir des nombres[16]. Les nombres négatifs ne sont acceptés, en Occident du moins, qu'à la fin du XV^e^ siècle[17], peu avant les nombres imaginaires[18], dont le nom conserve la réminiscence de leur étrangeté. Le développement et le rapide succès du calcul différentiel et intégral[19] relance la polémique autour des infiniment petits, dont le statut paradoxal embarrasse mathématiciens et philosophes[20] jusqu'à la clarification des fondements de l'analyse au siècle passé[21].

---

15 Les grandeurs irrationnelles sont celles qui ne peuvent pas s'écrire comme un rapport entre deux nombres entiers, comme par exemple la racine carrée de 2.

16 Cf. Adolf P. Youschkevitch, *Les mathématiques arabes* (VIII^e^-XV^e^ siècles), Paris, 1976, pp. 80-90.

17 Cf. René Taton (éd.), *Histoire générale des sciences*, Paris, 1957-1964, t. II, pp. 18-49.

18 Les nombres imaginaires sont des êtres mathématiques qui, élevés au carré, donnet des nombres négatifs. Ils sont apparus au début du XVI^e^ siècle, lors de la tentative de mathématiciens italiens de résoudre l'équation du troisième degré.

19 Le calcul différentiel et son inverse, le calcul intégral, ont eu pour premier objet la détermination de la tangente à une courbe et la mesure de l'aire délimitée par une courbe, respectivement. Le calcul différentiel et intégral au sens moderne a été créé indépendamment par G.W. Leibniz et par Isaac Newton (1642-1727).

20 La conception de nombres infiniment petits, mais différents de zéro, est d'une certaine manière intuitive et conduit à ds résultats corrects, bien qu'elle ne puiise être incluse dans la théorie ds nombres réels.

21 Grâce à la clarification des notions de fonction et de limite chez le mathématicien français Augustin-Louis Cauchy (1789-1857). Plus récemment, Abraham Robinson est parvenu à donner un sens précis aux concepts de nombres infiniment grands et infiniment petits, grâce à une construction qui

Dans la mesure où, en mathématiques classiques, ils sont censés isoler les propriétés fondamentales des êtres mathématiques, les axiomes participent aux mêmes péripéties théoriques. L'invention des géométries non-euclidiennes illustre de façon exemplaire l'importation, dans l'axiomatique, de la crise ontologique susceptible d'affecter les objets, et par voie de conséquence la fragilité des systèmes d'axiomes. Comme son nom l'indique clairement, le cinquième postulat d'Euclide, qui affirme que pour un point extérieur à une droite on peut toujours mener une droite parallèle à celle-ci, et une seule, ne fait qu'exprimer, dans l'esprit de son rédacteur, une propriété spécifique de la ligne droite, et n'est assimilable à un axiome qu'à titre provisoire. Durant des siècles donc, la géométrie s'est développée en admettant ce postulat, cependant que d'innombrables mathématiciens se sont évertués à le déduire des autres axiomes euclidiens, jusqu'au moment où les travaux de Bolyai et Lobatchevsky eurent démontré l'inutilité de ces efforts[22]. La construction de géométries dans lesquelles, par un point, on ne peut possiblement mener aucune parallèle à une droite donnée, ou au contraire une infinité, toutes choses restant égales par ailleurs, manifeste ce qu'il est convenu d'appeler d'indépendance d'un axiome par rapport à un système[23], et met par là même en question la notion de droite au sens d'une entité douée de propriétés parfaitement définies. Du même coup, la notion de vérité mathématique se trouve pour la première fois relativisée[24]. Cependant, le premier moment de surprise passé, l'édifice des mathématiques regagne sa stabilité par simple remaniement théorique et intégration des géométries nouvelles à un niveau conceptuel plus élevé. La droite euclidienne est alors simplement comprise comme cas particulier de la notion générale de géodésique, c'est-à-dire de courbe de longueur minimale joignant deux points, les géométries non-euclidiennes trouvent une application

---

s'appuie sur des résultats extrêmement subtils de la logique mathémtique (*Non-standard Analysis*, Amsterdam, 1966).

22 Le mathématicien hongrois Janos Bolyai (1802-1860) et le mathématicien russe Nicolas Lobatchevsky (1793-1856) ont découvert indépendamment l'un de l'autre une géométrie appelée hyperbolique dans laquelle une droite possède une infinité de parallèles par un point donné. Dans cette géométrie, la somme des angles d'un triangle est toujours inférieure à 180 degrés et elle dépend de sa surface.

23 Un axiome est dit indépendant d'un système d'axiomes s'il est possible de lui adjoindre cet axiome et la négation de cet axiome, respectivement, sans que les deux nouveaux systèmes ainsi obtenus soient contradictoires (cf. *infra*, note 30).

naturelle dans l'étude intrinsèque des surfaces, qu'il est loisible de continuer à se représenter comme plongées dans l'espace usuel. La révolution a été évitée.

Les efforts des mathématiciens du XIXe siècle pour assurer les fondements de l'analyse, et en particulier pour définir avec précision la notion de nombre réel[25], n'ont pas été étrangers à la création de la théorie des ensembles en tant que discipline mathématique[26] et, assez rapidement, à sa constitution, par le biais de l'arithmétique, comme base même des mathématiques. Ainsi s'explique tout naturellement l'importance qu'allait revêtir la découverte, au sein de la théorie ensembliste, de paradoxes, ou antinomies : un raisonnement apparemment sans faille aboutit à une conclusion absurde, insensée, contradictoire.

On distingue actuellement entre paradoxes sémantiques et logiques. A la première catégorie ressortissent des propositions toutes apparentées à la célèbre antinomie du menteur[27], connue depuis l'Antiquité, mais reformulées en termes modernes.

Prenons, pour donner un exemple, le paradoxe énoncé par G. G. Berry en 1906 : l'ensemble des nombres entiers dont la définition comporte moins de 70 lettres est évidemment fini ; il existe donc un nombre n défini comme « le plus petit nombre entier qui ne peut être défini en moins de soixante-dix lettres » ; or nous venons précisément de le définir en 69 lettres ! Ce type de paradoxe résulte d'une confusion entre deux niveaux du discours : celui de la langue, qui parle des objets, et celui de la métalangue, qui parle de la langue. Le langage usuel a ceci de particulier qu'il n'opère pas nécessairement de distinction entre ces deux niveaux (contre-exemple : « le cercle » est masculin). En restreignant le formalisme mathématique au premier niveau, autrement

---

24 Dans la géométrie de Poincaré, par exemple, les droites peuvent être représentées par des demi-cercles dont le centre appartient à une droite qui représente l'infini. Ce qui change fondamentalement, c'est la mesure des distances.

25 Une définition exacte des nombres réels, sans recours à l'intuition géométrique, constitua, autour de 1870, le centre des recherches des mathématiciens allemands Karl Weierstrass (1815-1897), Richard Dedekind (1831-1916) et Georg Cantor (1845-1918).

26 Créée par G. Cantor, la théorie des ensembles constitue le cadre le plus général et le plus abstrait dans lequel toute la mathématique était censée trouver son origine.

27 Ce paradoxe, attribué au philosophe crétois Epiménide de Cnossos (VIe siècle av. J.-C.), résulte de l'impossibilité de savoir si quelqu'un ment ou dit la vérité au moment où il affirme qu'il ment.

dit en l'empêchant de s'exprimer sur lui-même, on élimine tout naturellement les paradoxes sémantiques du champ théorique.

Formulables à l'aide des termes usuels de la théorie des ensembles, les antinomies logiques soulèvent des problèmes plus complexes. En 1902, B. Russell[28] mit en évidence le caractère paradoxal de l'ensemble des ensembles qui ne sont pas éléments d'eux-mêmes, puisque cet ensemble est élément de lui-même s'il ne l'est pas, et ne l'est pas s'il l'est ! Cette découverte ne mit pas seulement abruptement fin au rêve de G. Frege[29] de construire les mathématiques sur des bases purement logiques, mais eut des répercussions considérables sur l'histoire et la philosophie des mathématiques.

Afin d'empêcher l'apparition des antinomies logiques dans la théorie des ensembles, force fut d'adjoindre aux axiomes qui la définissaient des axiomes *ad hoc*, dont c'était là la seule justification. Dès lors, les axiomes ne servaient plus uniquement à expliciter les propriétés élémentaires et plus ou moins intuitives des êtres mathématiques, mais plus subtilement à préserver la théorie de déductions malvenues. Pourtant c'était là ouvrir du même coup la porte à un doute fondamental : l'introduction d'axiomes que rien ne justifiait *a priori* ne pouvait-elle pas, sous condition, être cause de contradiction ? Il suffit en effet qu'on puisse démontrer simultanément une proposition et sa négation pour que toute proposition devienne démontrable, que n'importe quelle assertion soit vraie, et donc que la théorie perde tout intérêt. Aussi, pour que le remède ne risquât pas d'être pire que le mal, fallait-il s'assurer, d'une manière ou d'une autre, que la théorie ainsi obtenue restait consistante[30]. Ce fut la tâche à laquelle s'attela D. Hilbert[31] et qui devint la raison d'être de la

---

[28] Cf. Alfred NorthWhitehead & Bertrand Russel, *Principia Mathematica*, Cambridge, 1925[2], t. 1, p. 60.

[29] Le philosophe et mathématicien allemand Gottlob Frege (1848-1925) est l'auteur, entre autres, de *Die Grundlagen der Arithmetik. Eine logisch mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl*, Breslau, 1884, et de *Grundgesetze der Arithmetik. Bergriffschriftlich abgeleitet*, 2 vol., Iéna, 1893-1903.

[30] Une théorie st dite consistante s'il n'est jamais possible d'y démontrer une proposition et sa négation. Dans le cas contraire, elle est dite inconsistante ou contradictoire ; on voit aisément qu'il est alors possible de démontrer n'importe quelle proposition.

[31] Dans sa célèbre conférence au Congrès International de 1900, le mathématicien allemand David Hilbert (1862-1943) inclut dans sa liste de problèmes à résoudre celui de la démonstration de la non-contradiction de l'arithmétique. Ses propres travaux et ceux de ses élèves datent essentiellement des années 1920.

métamathématique. Comme le suggère son appellation, cette discipline prend pour objet la mathématique, plus exactement les systèmes de signes et de règles qui permettent de la formaliser, pour en étudier les propriétés globales, telles que justement la non-contradiction.

Les dernières décennies du XIXe siècle avaient en effet vu les mathématiques s'orienter résolument, à la suite des travaux de Frege, vers la formalisation, c'est-à-dire le remplacement des méthodes intuitives de la mathématique « naïve », le recours au bon sens cartésien que l'apparition des antinomies avait totalement discrédité, par des procédures formelles, la construction, opérée selon des lois à la limite mécanisables, d'assemblages de symboles représentant propositions et théorèmes. Cette manière de faire, prônée déjà par Leibniz, pousse à ses ultimes conclusions la méthode axiomatico-déductive, puisqu'elle est censée ramener la vérité mathématique à l'ensemble des formules obtenues par un procédé algorithmique, par des prescriptions qui relèvent de l'ordre de la syntaxe.

Le projet hilbertien se solda par un échec retentissant. En 1931, en effet, K. Gödel[32] prouva que si un système est assez large pour que l'arithmétique y soit formalisable[33], il n'est pas possible d'y formaliser la démonstration de sa propre consistance, autrement dit encore que pour montrer la non-contradiction d'un système formel, il est nécessaire de se placer dans un système plus puissant, dont la non-contradiction devrait à son tour être vérifiée. Il s'en suit que l'édifice mathématique ne peut plus être considéré comme le paradigme de la vérité, en ce sens du moins que rien ni personne ne garantit sa consistance.

Cette impossibilité à démontrer la non-contradiction de la mathématique n'est, en réalité, que le corollaire d'un résultat plus général de Gödel, de son théorème d'incomplétude[34]. Définissons une proposition comme indécidable s'il est impossible d'en prouver ni la vérité, ni la fausseté, plus précisément si les axiomes de la théorie à

---

32 Cf. Kurt Gödel, Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I, *Monatshefte für Mathematik und Physik* 38 (1931), pp. 173-192. Pour un exposé du théorème de Göel, le lecteur se reportera à Jean Ladrière, *Les limitations internes des formalismes*, Louvain-Paris, 1957, pp. 93-157.

33 Cette restriction est essentielle pour la démonstration de Gödel, mais un système qui ne remplirait pas cette condition n'aurait aucun intérêt du point de vue mathémtique.

34 Cf. Kurt Gödel, *On undecidable propositions of formal mathematical systems*, Princeton, 1934.

laquelle elle appartient ne permettent d'en déduire ni la proposition elle-même, ni sa négation. Or le théorème de Gödel établit, par une construction effective, existence de propositions indécidables au sein du tout système formel assez puissant pour contenir l'arithmétique[35].

Il convient de bien interpréter ce fait, qui ne signifie pas qu'à côté du vrai et du faux il y aurait une troisième modalité[36], et que par conséquent le principe du tiers exclu serait en défaut[37]. Il dit, plus modestement, que la méthode formaliste, à laquelle il a fallu recourir pour conférer aux mathématiques la précision et la rigueur nécessaires, ne permet pas, en revanche, de donner à la vérité un sens en accord avec ce qu'on serait en droit d'attendre. Entre les propositions démontrables et les énoncés réfutables, il n'y a pas le trait ténu d'une frontière commune, la ligne de partage du vrai et du faux, mais bien hiatus, solution de continuité, assez d'espace pour le *no man's land* de l'indécidable. Par l'adjonction de nouveaux axiomes, il est certes toujours loisible de réduire le domaine de l'indétermination, mais jamais de colmater la brèche, de combler la faille, de suturer la plaie béante entre le démontré et le réfuté. Combien qu'il s'enrichisse, le système n'échappe pas aux prémisses du théorème de Gödel. La méthode syntaxique, à la base d'une philosophie formaliste des mathématiques, est inapte à fonder la vérité : il s'y trouvera éternellement une place pour le mystère de l'indécidable.

Ce n'est donc qu'improprement que l'on continue de parler de « la » mathématique. Diverses théories, avec ou sans l'axiome du choix[38], avec ou sans l'hypothèse du continu généralisée[39], avec ou sans l'axiome de fondation[40], sont logiquement concevables, sans qu'il

---

35 Voir *supra*, note 33.

36 Les modalités sont des catégories logiques auxquelles appartiennent des énoncés. Dans certains systèmes, appelés non-standard, il existe des modalités autres que le vrai et le faux, par exemple, le possible ou le nécessaire.

37 Selon ce principe, toute proposition est soit vraie, soit fausse.

38 L'axiome du choix, énoncé explicitement en 1904 par le mathématicien et logicien allemenad Ernst Zermelo (1871-1953), permet de former un ensemble en choisissant un membre dans chacun d'une suite d'ensembles, même si celle-ci est infinie.

39 On sait que, même pour les ensembles infiniis, la cardinalité d'un ensemble (notion qui généralise celle du nombre d'éléments) et celle de l'ensemble de ses parties sont incommensurables. L'hypothèse du continu généralisée affirme qu'il n'existe jamais de cardinal intermédiaire entre ceux-ci.

40 L'axiome de fondation affirme que tout ensemble non vide possède un élément qui n'a lui-même (en tant qu'ensemble) aucun élément en commun avec ce premier ensembe. On montre que cet axiome est équivalent à l'axiome

soit possible d'affirmer que l'une soit la vraie, ou même que l'une soit plus vraie qu'une autre. Simplement certaines sont-elles jugées plus intéressantes, selon des appréciations en partie subjectives. Bien plus, aucune de ces théories ne peut valablement garantir qu'elle est non-contradictoire. Certes, comme l'écrit N. Bourbaki, « on n'a jamais rencontré de contradiction, et on est fondé à espérer qu'il ne s'en produira jamais.[41] » Epistémologiquement parlant, il s'agit là au mieux d'un fait d'expérience, au pire d'un vœu pieux. Au lieu de l'absolu que jalousent toutes les autres sciences, la vérité mathématique n'est qu'une vérité de fait, l'objet, en somme d'un acte de foi.

En exposant succinctement ces quelques éléments d'histoire et de philosophie des mathématiques, notre but est de repenser le rapport entre le rationnel et le spirituel. Il est encore fréquent, en effet, de voir opposer la raison à la foi, la science à la théologie, que ce soit dans l'esprit d'un rationalisme étroit pour discréditer tout sentiment religieux, ou au contraire par souci apologétique pour investir le discours théologique d'éléments empruntés aux sciences. Ne s'agit-il pas, après tout, d'un faux débat ?

Si les théorèmes de limitation ne ruinent pas l'entreprise mathématicienne, ni ne mettent en cause le statut des mathématiques comme paradigme de toute scientificité, ils coupent cependant court aux prétentions impérialistes d'un scientisme dépassé. Alors que les évidences dont juge le bon sens n'évitent pas la voie des paradoxes, le formalisme ne saurait, quant à lui, esquiver les pièges de la relativité. Malgré tous les positivismes, la science n'est pas le véhicule d'une vérité absolue et universelle, dont le complément, délimité avec précision, serait le domaine du mythe ou de la superstition. Au contraire, elle comporte, de manière nécessaire bien que souvent inconsciente, une composante fidéiste qui l'apparente, de ce point de vue du moins, aux doctrines métaphysiques ou aux croyances des religions.

On pourrait nous objecter ici que ce qui vaut pour les mathématiques ne s'applique pas *eo ipso* aux autres disciplines du savoir. Les mathématiques s'occupent en effet d'êtres de raison ; elles sont, selon l'heureuse formule de Leibniz, la science de l'imagination, alors que l'objet de la physique de la chimie ou de la biologie appartient

---

de constructibilité, qui énonce que tous les ensembles peuvent être construits à partir de l'ensemble vide en construisant par induction (infinie) les ensembles de parties des ensembles déjà obtenus, ainsi que leur réunion.

[41] Nicolas Bourbaki, *Théorie des ensembles*, livre I, Paris, 1960, Introduction, p. 9.

au monde réel. Si cette conception « naïve » a encore largement cours dans l'opinion publique, et même dans l'esprit de nombreux scientifiques, peu enclin à l'analyse épistémologique et ignorants de toute philosophie des sciences, il n'en demeure pas moins qu'une théorie scientifique n'est jamais l'image fidèle, transposée au niveau intellectuel, du monde extérieur en soi, mais bien sa conceptualisation par le moyen de « formes symboliques », selon les termes d'E. Cassirer[42], autrement dit une représentation sélective et simplificatrice. L'esprit n'appréhende pas la réalité telle qu'elle est, il s'en construit un modèle.

Or la réflexion métamathématique ne s'est pas seulement intéressée à l'aspect syntaxique des systèmes formels : elle s'est également poursuivie selon l'axe sémantique[43], en analysant les rapports qui subsistent entre une théorie axiomatico-déductive et le modèle qu'elle est censée décrire. Les résultats ont, encore une fois, été passablement surprenants, puisqu'ils ont mis en évidence d'autres faits de limitation, dont le plus célèbre est connu sous le nom de théorème de Löwenheim-Skolem[44]. Il en découle qu'un système formel d'une certaine puissance ne définit pas de manière univoque un modèle donné, mais peut décrire, de façon tout à fait valable, un modèle très différent[45]. En d'autres termes, des concepts mathématiques fondamentaux, comme celui d'ensemble, peuvent recevoir une signification très éloignée de celle qu'on lui donne usuellement, sans que la théorie, au sens du système formel, s'en trouve modifiée. Le langage construit pour assurer la clarté et l'univocité, le langage du formalisme mathématique, est en ce sens ambigu, relatif, sujet à d'innombrables interprétations.

Il est évident que, dans la mesure où tout discours scientifique qui ne se borne pas à décrire des faits, mais s'efforce d'en rendre compte au sein d'une théorie, emprunte la forme mathématique, les résultats relatifs aux champs d'interprétation et aux modèles lui sont applicables. Par conséquent, si le théorème de Gödel empêche de

---

42 Le philosophe allemand Ernst Cassirer (1874-1945) est l'auteur d'un ouvrage essentiel intitulé *La philosophie des formes symboliques* (Trad. fr., 3 vol., Paris, 1972).

43 La syntaxe étudie l'aspect purement formel, « grammatical », d'un système, alors que la sémantique en étudie le ou les sens possibles.

44 Cf. Y. Labrière, *op. cit.*, pp. 353-364.

45 Il est possible, par exemple, de construire une théorie des ensembles dénombrables (c'est-à-dire qui n'a pas plus d'éléments que l'ensemble des nombres entiers).

concevoir la vérité sous une forme purement syntaxique, comme l'ensemble des propositions dérivables dans un système axiomatico-déductif, il n'est pas non plus possible d'en revenir à la notion traditionnelle de la vérité comme adéquation de la pensée au réel[46]. Le passage par le modèle permet certes de trancher entre deux théories, relativement contradictoires l'une par rapport à l'autre parce que contenant respectivement un axiome et sa négation, il n'assure pas, au contraire, que la théorie rende compte de manière adéquate de la réalité qu'elle est supposée représenter.

La raison humaine se révèle donc radicalement incapable d'instituer un discours démontrant sa propre vérité, ou même de fonder une vérité univoque, que celle-ci soit définie syntaxiquement ou sémantiquement. En ce sens on a pu dire que le théorème de Gödel constituait la preuve mathématique de l'existence de Dieu. Les limitations qu'il impose ne sont en effet pas absolues : elles sont inhérentes à l'usage, par l'homme, d'un système formel. Les formalismes définis dans le but de fonder les mathématiques ou toute autre science se caractérisent, pour des raisons évidentes, par leur caractère fini : nombre fini de signes spécifiques, de règles de déduction, d'axiomes ou de schémas d'axiomes, longueur nécessairement finie des formules ou des démonstrations. D'un autre côté, ils sont censés comprendre l'infini, puisqu'un objet aussi simple que l'ensemble des nombres entiers est sans borne. Or les faits de limitation procèdent, en quelque manière, de cette exigence somme toute contradictoire d'un fini susceptible de rendre compte de l'infini. Dans l'intellection divine en revanche, posée déjà par Leibniz[47] comme le lien d'un formalisme infinitiste, la contradiction se résout, les limitations sont dépassées, puisque la barrière de la finitude ne s'oppose plus à la construction d'un système capable de formaliser sa propre vérité.

Il s'agit de alors de dénoncer un autre danger, auquel la pensée théologique n'a que trop souvent succombé. Devant les succès intellectuels et matériels de la science, elle a tenté de s'approprier les procédés et les résultats de cette dernière, plutôt que de les soumettre à la critique de l'Evangile et de préserver la spécificité radicale de l'interpellation biblique. Certes, à première vue, rien n'est plus opposé à la rationalité scientifique que l'annonce du Christ ressuscité,

---

[46] Comme chacun le sait, cette conception remonte à Aristote.

[47] Cf. *Théodicée*, 192 (éd. Gerhardt, t. VI, p. 230). Voir aussi H. H. Knecht, *op. cit.*, pp. 210-219.

« scandale pour les Juifs et folie pour les païens.[48] » Mais son élaboration dans le discours catéchétique et apologétique n'a pas toujours su échapper à une logique du oui ou non, à un cartésianisme méthodologique, à l'idéal d'une théologie exacte (au sens où l'on parle de sciences exactes).

Pour affirmer la foi, l'Eglise primitive disposait dès la fin du II^e^ siècle du canon néo-testamentaire[49] qui réunit tous les textes, récits évangéliques et lettres apostoliques, choisis en vertu du témoignage qu'ils rendent à la personne de Jésus-Christ[50]. Mais le Nouveau Testament, s'il a toujours constitué et constitue encore la base de la doctrine chrétienne, ne répond pas directement à chaque question précise qu'un fidèle peut se poser, ni ne prescrit de recette universellement valable pour chaque problème existentiel. Il recèle même des contradictions apparentes qu'il n'est pas possible d'occulter. C'est pourquoi une lecture littéraliste n'a jamais été en mesure de faire l'économie d'une herméneutique, dont la vocation est de donner à l'Ecriture son sens exact, de l'incarner, pour ainsi dire, dans son contexte passé et présent. Cette approche rationnelle qui caractérise la théologie biblique, par opposition à la voie mystique, et qu'on trouve déjà chez saint Paul, est pleinement justifiée et a toujours été considérée comme telle.

Cependant, toute licence d'interprétation expose au risque de voir se dessiner des opinions divergentes, qui représentent autant de défis pour l'unité. Lorsque, aux IV^e^ et V^e^ siècles, les conciles œcuméniques sont appelés à se prononcer sur un certain nombre de points controversés, ils érigent en dogmes l'enseignement officiel de l'Eglise universelle[51]. En ce sens, le dogme permet de clarifier et d'expliciter la teneur de la prédication chrétienne, et constitue la réponse de l'Eglise aux questions soulevées par des théologiens confrontés à la philosophie grecque, aux religions païennes, aux spéculateurs gnostiques, tous courants de pensée qui imprègnent profondément la basse Antiquité.

---

[48] I Co 1,23.

[49] Le canon de Muratori (Rome, vers 200) comprend déjà la plupart des livres du Nouveau Testament. Le canon actuel n'a cependant été admis universellement qu'avec les conciles d'Hippone (393) et de Carthage (397).

[50] Cf. C. F. D. Moule, *La genèse du Nouveau Testament*, Neuchâtel, 1971.

[51] En 325, le concile de Nicée condamne Arius (280-336) pour avoir nié la divinité du Fils. Un siècle plus tard, celui d'Ephèse (431) rejette l'enseignement de Nestorius (vers 380-451), pour lequel il y a en Jésus-Christ deux personnes dont l'union ne se réalise pas de manière substancielle.

Les dogmes servent ainsi à surmonter les crises, fût-ce au prix d'une exclusion.

Pourtant, l'entreprise dogmatique n'est pas sans péril. La rationalisation à outrance de la pensée théologique conduit à la création d'un système clos dont les dogmes fonctionnent à l'instar d'axiomes. En cas de doute, le recours ne sera plus la Bible, mais son exposé codifié, résumé, décanté. Dès lors, il n'est plus possible de tolérer aucune marge entre le vrai et le faux, et l'on assiste corrélativement à un nivellement des enjeux : les détails doctrinaux prennent soudain autant d'importance que l'essentiel du message. Plus grave encore, les conséquences ultimes déduites analytiquement d'un dogme, accepté comme prémisse parce que censé rendre compte adéquatement de la vérité révélée, peuvent paradoxalement manifester soudain un caractère déviant[52]. Sans compter qu'avec le temps, l'évolution des mentalités ou les modifications de l'ambiance idéologique, la portée originairement attribuée à un dogme s'estompe et sa signification même n'est plus perçue par la majorité des croyants. L'attitude dogmatique est celle d'une raison qui n'accepte pas ses limites, qui refuse de se libérer d'une logique binaire toute-puissante, qui est la théologie ce que le scientisme[53] est à la science. La glorification du dogme comme vérité absolue et organisée, et la condamnation sans recours possible de l'erreur comme hérésie sont les deux faces indissociables dune même appréhension rationnelle de la foi. Cette position a trouvé son achèvement, pour ne pas dire son paroxysme, dans la théologie scolastique, qui est encore aujourd'hui le fondement de l'Eglise catholique romaine. Mais de semblables tentatives sont également récurrentes au sein des Eglises issues de la Réforme[54].

Il n'entre pas dans nos intentions de plaider pour l'irrationalisme, de prôner une théologie négative ou de promouvoir un mysticisme sauvage. Nous nous demandons simplement si la fascination exercée

---

[52] Ainsi le titre de *Théotokos* (Mère de Dieu), reconnu à Marie en réaction à l'hérésie nestorienne, n'a-t-il pas peu contribué au développement du culte de la Vierge et à la position prépondérante de la mariologiue dans l'Eglise catholique.

[53] Le scientisme est un mouvement de pensée, né au siècle passé, selon lequel la science serait à même de résoudre tousles problèmes et d'expliquer toutes choses, non seulement dans les disciplines de la nature, mais également dans les domaines philosophiques et religieux.

[54] Il n'est que de penser, par exemple, à la question de la liberté, qui se trouve au cœur des controverses entre les différentes tendances du protestantisme au cours des XVI^{e} et XVII^{e} siècles.

par la raison scientifique, dont nous avons rappelé les limites, n'a pas, depuis plusieurs siècles, obnubilés certains penseurs chrétiens et ne les a pas détournés d'une compréhension juste de l'esprit évangélique. Nous ne pouvons nous garder de penser, en effet, qu'en même temps que le foi tendait à devenir dogme, la liberté cédait le pas aux contraintes et l'amour se faisait morale : à une théologie rigoureuse répond toujours une éthique rigoriste. Là où, dans les sciences, le choix d'une axiomatique détermine arbitrairement un domaine de vérités, une dogmatique formelle court le risque d'empêcher de vivre.

L'indécidable, nous l'avons vu, joue par rapport à la vérité mathématique le rôle de lisière, d'horizon perpétuellement hors d'atteinte. Dans le domaine théologique, au contraire, il survient en tant qu'élément libérateur, la dimension selon laquelle la foi est toujours susceptible de se renouveler. Loin d'apparaître comme le scandale de la finitude de la raison humaine, l'indécidable devrait, à notre sens, être revalorisé comme le moyen d'échapper au dogmatisme, à l'esprit de secte, à l'intransigeance, à l'intégrisme, comme la chance d'ouvrir la révélation biblique à l'actualité et de vivre humblement la Parole de Dieu ici et maintenant. De même que la métamathématique, analysant le langage mathématique, à découvert ses limitations intrinsèques, de même le discours théologique est-il justiciable d'une « métathéologie » qui affirme, au-delà de toute systématisation, les valeurs de l'amour fraternel et de l'unité dans le Christ. L'indécidable réaliserait alors les conditions pour qu'à la définition de la vérité succède la découverte de la Vérité.